

23-§ да алгебраик чизиқ ва унинг тартиби тўғрисида тушунча келтирилган эди. 24 — 30-§ ларда биринчи тартибли алгебраик чизиқнинг хоссаларини унинг тенгламасига асосланиб текширдик. Бу бобда иккинчи тартибли алгебраик чизиқларнинг геометрик хоссаларини ўрганишга ўтамиз<sup>1</sup>. Айрим «айниган ҳолларни» (икки тўғри чизиққа айланиб кетиш, мавҳум чизиқлар ва ҳ.к.) назарга олмасак, иккинчи тартибли чизиқлар учтадир (эллипс, гипербола, параболола). Бу чизиқларнинг талай хоссалари қадимги Греция олимлари томониданоқ очилган эди (Менехм, Аполлоний ва бошқалар, эраимздан олдинги IV — III асрлар). Бу чизиқлар астрономия, механика фанлари ва техникада кенг қўлланилади.

## 48-§. Эллипс

1. Таърифи, каноник тенгламаси. Текисликда ҳар бир нуқтасидан *фокуслар* деб аталувчи берилган икки  $F_1, F_2$  нуқтагача бўлган масофалари йиғиндиси берилган  $PQ$  кесма узунлигига тенг бўлган барча нуқталар тўплами *эллипс* деб аталади. Берилган кесма узунлиги фокуслар орасидаги масофадан катта<sup>2</sup>.

Берилган кесманинг узунлигини  $2a$  ( $a > 0$ ) билан, фокуслар орасидаги масофани  $2c$  ( $c > 0$ ) билан белгилайлик. Таърифга кўра<sup>3</sup>  $a > c$ .

Эллипсдаги ихтиёрий  $M$  нуқтанинг  $F_1$  ва  $F_2$  фокуслардан масофалари унинг *фокал радиуслари* дейилади ва мос равишда  $r_1, r_2$  билан белгиланади, яъни

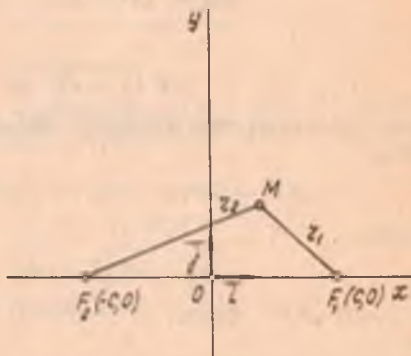
$$r_1 = \rho(F_1, M) \text{ ва } r_2 = \rho(F_2, M).$$

Эллипснинг таърифига кўра  $r_1, r_2$  фокал радиусларнинг йиғиндиси ўзгармас бўлиб, берилган кесма узунлигига тенг, яъни

$$\rho(F_1, M) + \rho(F_2, M) = 2a \text{ ёки } r_1 + r_2 = 2a. \quad (1)$$

(1) тенглик эллипсга тегишли ихтиёрий нуқта учун ўринли бўлиб, уни координаталарда ифодалайлик.

Декарт реперини тенглама-



128-схема

<sup>1</sup> Текисликдаги элементар аналитик геометрияда асосан 1-ва 2-тартибли алгебраик чизиқлар ўрганилади, холос.

<sup>2</sup> Берилган кесманинг узунлиги ( $PQ = 2a$ ) фокуслар орасидаги масофадан катта бўлмаган ҳолда эллипс мавжуд бўлмайди, чунки учбурчак қондасига кўра  $\rho(F_1, M) + \rho(F_2, M) > \rho(F_1, F_2)$  ҳолда эллипс кесмага айланади.

<sup>3</sup>  $a = c$  ҳолда эллипс кесмага айланади.

нинг содда бўлишига имкон берадиган қилиб танлаймиз: абсциссалар ўқини фокуслар орқали  $F_2$  дан  $F_1$  га йуналтириб утказамиз.  $F_1 F_2$  кесманинг ўрта перпендикулярини 128-чизмада курсатилган йўналишда ординаталар ўқи деб оламиз. Танланган бу  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  реперда  $F_1$  ва  $F_2$  нуқталарнинг координаталари мос равишда  $(c, 0)$  ва  $(-c, 0)$  бўлади.

Эллипсдаги ихтиёрий  $M$  нуқтанинг координаталарини  $x, y$  билан белгиласак, икки нуқта орасидаги масофа формуласига кўра

$$\begin{aligned} r_1 &= \sqrt{(x-c)^2 + y^2}, \\ r_2 &= \sqrt{(x+c)^2 + y^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

$r_1, r_2$  нинг (2) муносабатлардаги қийматларини (1) тенгликка қўйиб, ушбу тенгламага эга бўламиз:

$$\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + \sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a. \quad (3)$$

(3) тенглама танланган реперга нисбатан эллипснинг тенгламасидир, чунки  $M(x, y)$  нуқтанинг координаталари бу тенгламани фақат  $M$  нуқта эллипсга тегишли бўлган ҳолдагина қаноатлантиради.

(3) тенгламани *каноник тенглама* деб аталувчи кўринишга келтирамиз.

(3) тенгламанинг биринчи ҳадини унг томонга утказиб, ҳосил бўлган тенгламанинг иккала томонини квадратга оширсак,

$$x^2 + 2cx + c^2 + y^2 = 4a^2 - 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + x^2 - 2cx + c^2 + y^2.$$

Бундан

$$2cx = 4a^2 - 2cx - 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

ёки

$$a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} = a^2 - cx.$$

Ҳосил қилинган тенгламанинг иккала томонини яна квадратга оширамиз:

$$a^2x^2 - 2a^2cx + a^2c^2 + a^2y^2 = a^4 - 2a^2cx + c^2x^2,$$

бундан

$$(a^2 - c^2)x^2 + a^2y^2 = a^2(a^2 - c^2). \quad (4)$$

$a > c \Rightarrow a^2 > c^2$ , демак,  $a^2 - c^2 > 0$ , бу мусбат сонни  $b^2$  деб олайлик:

$$b^2 = a^2 - c^2, \quad (5)$$

у ҳолда (4) тенглик қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2. \quad (6)$$

(6) ни  $a^2b^2$  га бўлиб, ушбу тенгламага эга бўламиз:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1. \quad (7)$$

Энди (7) тенглама ҳақиқатан ҳам эллипсни ифодалашини исбот қиламиз, чунки эллипс тенгламаси (3) кўринишда олинган эди. (7) тенглама (3) тенгламани икки марта радикаллардан қутқариш билан ҳосил қилинди. Демак, (7) тенглама (3) тенгламанинг натижаси, бошқача айтганда, координаталари (3) ни қаноатлантирадиган ҳар бир нуқта (7) тенгламани ҳам қаноатлантиради. Лекин (3) тенглама (7) тенгламанинг натижаси экани равшан эмас. (3) тенглама (7) тенгламанинг натижаси эканини кўрсатамиз.

$M_1(x_1, y_1)$  (7) тенгламани қаноатлантирувчи ихтиёрий нуқта бўлсин, яъни

$$\frac{x_1^2}{a^2} + \frac{y_1^2}{b^2} = 1. \quad (8)$$

$M_1$  нуқта учун  $r_1 + r_2 = 2a$  тенгликнинг бажарилишини кўрсатамиз.

$M_1$  нуқтанинг фокал радиуслари,

$$r_1 = \sqrt{(x_1 - c)^2 + y_1^2}, \quad (9)$$

$$r_2 = \sqrt{(x_1 + c)^2 + y_1^2}. \quad (10)$$

(8) тенгликдан  $y_1^2 = b^2 \left( 1 - \frac{x_1^2}{a^2} \right)$ , бу қийматни (9) ва (10) тенгликларга қўйиб,

$$r_1 = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2} x_1^2 - 2cx_1 + (b^2 + c^2)}.$$

$$r_2 = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2} x_1^2 + 2cx_1 + (b^2 + c^2)}$$

тенгликларга эга бўламиз. (5) муносабатдан  $c^2 = a^2 - b^2$  ва  $a^2 = b^2 + c^2$ , шунинг учун юқоридаги тенгликлар ушбу кўринишни олади:

$$\begin{aligned} r_1 &= \sqrt{\left( \frac{c}{a} x_1 - a \right)^2} = \left| \frac{c}{a} x_1 - a \right| = \left| a - \frac{c}{a} x_1 \right|, \\ r_2 &= \sqrt{\left( \frac{c}{a} x_1 + a \right)^2} = \left| \frac{c}{a} x_1 + a \right| = \left| a + \frac{c}{a} x_1 \right|. \end{aligned} \quad (11)$$

Юқоридаги сабабларга кўра  $0 < \frac{c}{a} < 1$ , (8) тенгликдан  $\Rightarrow |x_1| \leq a$ .

У ҳолда  $\frac{c}{a} |x_1| < a$ , шунинг учун  $a - \frac{c}{a} x_1 > 0$  ва  $a + \frac{c}{a} x_1 > 0$ . Буларни эътиборга олсак, (11) тенгликлар ушбу кўринишни олади:

$$r_1 = a - \frac{c}{a} x_1; \quad r_2 = a + \frac{c}{a} x_1. \quad (12)$$

(12) тенгликларни ҳадлаб қўшсак,

$$r_1 + r_2 = 2a$$

га эга бўламиз. Демак, координатлари (7) тенгламани қаноатлантирадиган ҳар қандай  $M_1(x_1, y_1)$  нуқта эллипсга тегишли.

(7) тенглама эллипснинг каноник тенгламаси дейилади.

(12) тенгликлардан ушбу хулоса келиб чиқади: эллипснинг ихтиёрий  $M(x, y)$  нуқтасининг  $r_1, r_2$  фокал радиуслари бу нуқтанинг абсциссаси орқали

$$r_1 = a - \frac{c}{a}x \text{ ва } r_2 = a + \frac{c}{a}x \quad (13)$$

кўринишда чизиқли ифодаланади.

Агар хусусий ҳолда  $a = b$  бўлса, эллипснинг тенгламаси

$$x^2 + y^2 = a^2$$

кўринишни олади. Бу тенглама маркази координаталар бошида ва радиуси  $a$  га тенг айланани ифодалайди. Демак, айлана эллипснинг хусусий ҳоли.  $a = b$  бўлганда  $b^2 = a^2 - c^2$  дан  $c = 0$ .  $c \neq 0$  бўлганда  $a^2 - b^2 = c^2 \Rightarrow a > b$ .

Мисол. Ҳар бир нуқтасидан  $F_1(4, 0), F_2(-4, 0)$  нуқталаргача бўлган масофалар йиғиндиси 10 га тенг нуқталар тўпламининг тенгламасини топинг.

Ечиш. Изланаётган нуқталар тўплами берилишига кўра эллипсдир ва  $2a = 10 \Rightarrow a = 5, c = 4, b^2 = a^2 - c^2$  муносабатдан  $b^2 = 9, b = 3$ . Демак, изланаётган эллипснинг каноник тенгламаси қуйидагича бўлади:

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1.$$

2. Эллипс шакли. Эллипснинг  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  (7) каноник тенгламаси бўйича шаклини ўрганамиз.

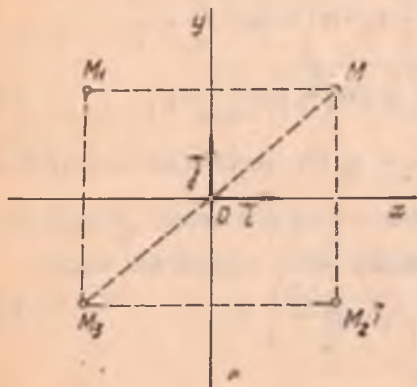
1. (7) тенгламадан кўринадики, эллипс иккинчи тартибли чизиқ.

2. Эллипс чегараланган чизиқ (агар фигуранинг барча нуқталари бирор доирага тегишли бўлса, уни *чегараланган фигура* деб аталади). (7) тенгламадан кўриниб турибдики, унинг чап томонидаги ифода донмо мусбат бўлиб, ҳар бир ҳад қуйидаги шартни қаноатлантириши керак:  $\frac{x^2}{a^2} \leq 1, \frac{y^2}{b^2} \leq 1$ .

Бундан  $|x| \leq a, |y| \leq b$ .

Демак, (7) тенглама билан аниқланган эллипснинг барча нуқталари томонлари  $2a, 2b$  бўлган тўғри тўртбурчак ичига жойлашган.

3. (7) тенглама билан аниқланган эллипс координаталар ўқларига нисбатан симметрикдир. Ҳақиқатан,  $M(x, y)$  шу эллипс-



129- чизма

нинг бирор нуқтаси бўлса, яъни  $x, y$  сонлар (7) тенгламани қаноатлантирса,  $y$  вақтда (7) тенгламада ўзгарувчи  $x, y$  нинг фақат квадратлари қатнашгани учун бу тенгламани  $M_1(-x, y), M_2(x, -y)$  ва  $M_3(-x, -y)$  нуқталарнинг координаталари ҳам қаноатлантиради.  $M_1$  нуқта  $Oy$  ўққа нисбатан,  $M_2$  нуқта  $Ox$  ўққа нисбатан  $M$  нуқтага симметрикдир (129-чизма). Шунинг учун координата ўқлари эллипснинг симметрия ўқларидир. Симметрия ўқларининг кесишган нуқтаси  $O(0, 0)$  эллипснинг маркази дейилади, фокуслар ётган ўқи унинг фокал ўқи дейилади.

4. Эллипснинг координата ўқлари билан кесишган нуқталарини топамиз. Масалан,  $Ox$  ўқ билан кесишган нуқталарини топиш учун ушбу тенгламаларни биргаликда ечамиз:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \\ y = 0. \end{cases} \quad (14)$$

(14) системанинг иккинчи тенгламасидан  $y = 0$  ни биринчи тенгламасига қўйсак,  $x = \pm a$  ҳосил бўлади. Шундай қилиб, эллипс  $Ox$  ўқни  $A_1(a, 0)$  ва  $A_2(-a, 0)$  нуқталарда кесади. Шу сингари эллипснинг  $Oy$  ўқ билан кесишган  $B_1(0, b)$  ва  $B_2(0, -b)$  нуқталарни топилади. Эллипснинг координата ўқлари билан кесишган нуқталарини унинг *учлари* дейилади. Эллипснинг тўртта учи бор, улар:

$$A_1, A_2, B_1, B_2.$$

$A_1A_2$  кесма ва унинг узунлиги  $2a$  эллипснинг *катта ўқи*,  $OA_1$  кесма ва унинг узунлиги  $a$  эса эллипснинг *катта ярим ўқи* дейилади.  $B_1B_2$  кесма ва унинг узунлиги  $2b$  эллипснинг *кичик ўқи*,  $OB_1$  кесма ва унинг узунлиги  $b$  эса эллипснинг *кичик ярим ўқи* дейилади.

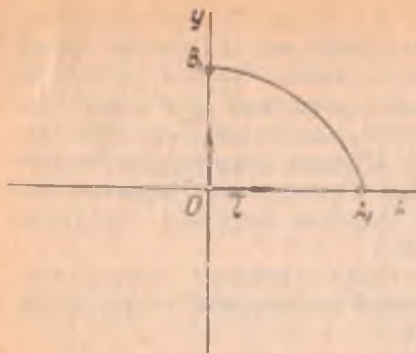
5. Энди (7) тенгламани  $y$  га нисбатан ечайлик:

$$y = \pm \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}. \quad (15)$$

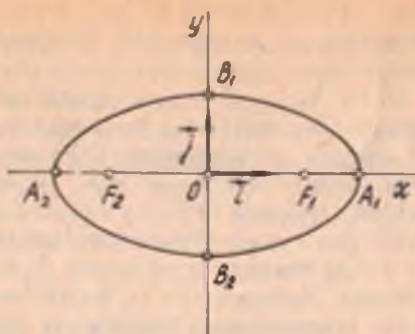
Эллипс координата ўқларининг ҳар бирига нисбатан симметрик бўлгани учун унинг биринчи координата чорагида ётган қисминигина текшириш етарли. Биринчи чоракдаги нуқталар учун  $x \geq 0, y \geq 0$  бўлиб, эллипснинг бу чоракдаги қисми учун

$$y = + \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}. \quad (16)$$

Бундан (16) функциянинг монотон камаювчи эканлиги ва  $a^2 - x^2 \geq 0$  бўлиши, яъни  $a^2 \geq x^2$  ёки  $|x| \leq a$  бўлиши бевосита куринади. Демак, фақат биринчи чоракда иш кўраётганимиз учун  $x \leq a$ . Юқоридаги ҳолларни эътиборга олсак, эллипснинг биринчи чоракдаги қисмини 130-чизмада кўрсатилган  $B_1A_1$  ёй деб тасаввур қилиш мумкин. Эллипснинг координата ўқларига нисбатан симметриклигидан фойдаланиб, унинг биринчи чоракда ҳосил қилинган қисми бўйича шаклини 131-чизмадагидек тасаввур қилиш мумкин (131-чизма).



130- чизма



131- чизма

Эслатма. Агар эллипснинг фокуслари ординаталар ўқида жойлашиб қолса, унинг каноник тенгламаси ҳам (7) кўринишда бўлади, бу ерда  $b > a$ .

3. Эксцентриситет. Таъриф. Эллипснинг фокуслари орасидаги масофанинг катта ўқининг узунлигига нисбати *эксцентриситет* дейилади ва эксцентриситет  $e$  ҳарфи билан белгиланади.

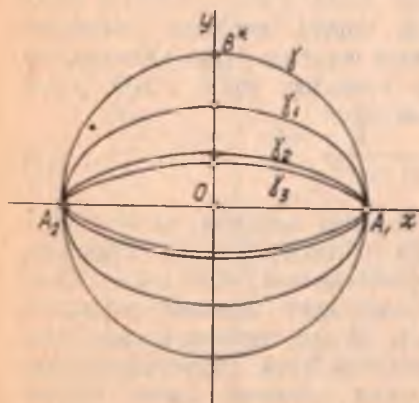
Таърифга кўра  $e = \frac{2c}{2a} = \frac{c}{a}$  ҳамда  $c < a \Rightarrow 0 < e < 1$ .

Эллипснинг эксцентриситети унинг шаклини аниқлашда муҳим роль ўйнайди. Ҳақиқатан ҳам, (5) дан  $c^2 = a^2 - b^2$ , шунинг учун

$$e^2 = \frac{c^2}{a^2} = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = 1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2,$$

бундан

$$\frac{b}{a} = \sqrt{1 - e^2}.$$



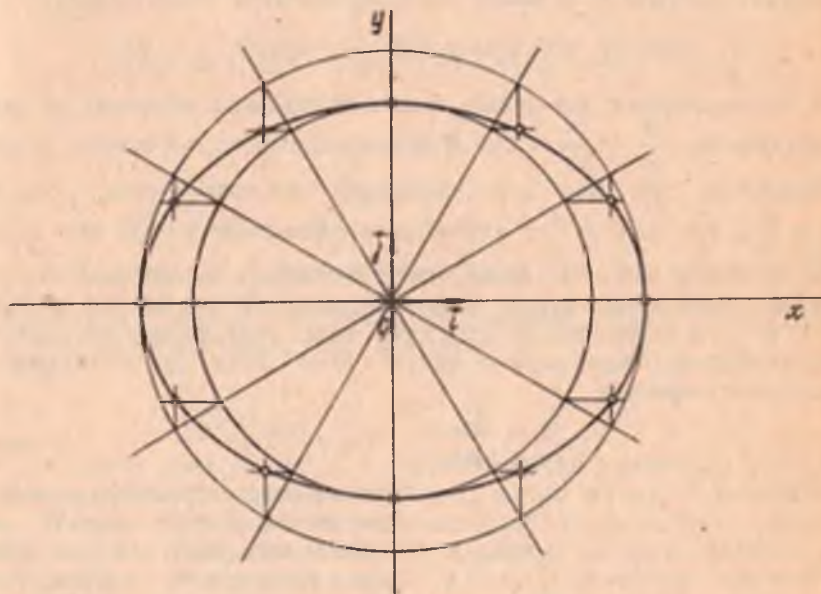
132- чизма

Эксцентриситет  $e \rightarrow 1$  да (лекин  $e < 1$ )  $\frac{b}{a} \rightarrow 0$  бўлиб (бу ерда  $a$  ўзгармайди деб фараз қилинади),  $b$  кичиклашади ва эллипс  $Ox$  ўққа қисила боради, аксинча  $e \rightarrow 0$  бўлса,  $\frac{b}{a} \rightarrow 1 \Rightarrow b \rightarrow a$ . Бу ҳолда эллипс айланага яқинлаша боради. 132- чизмада ў айлана ва  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  эллипслар тасвирланган бўлиб,  $e_1, e_2, e_3$  бу эллипсларнинг эксцентриситетлари:  $e_1 > e_2 > e_3$ .

Мисол. 1)  $16x^2 + 25y^2 - 400 = 0$ ; 2)  $9x^2 + 25y^2 - 225 = 0$ .

$$16x^2 + 25y^2 = 400 \Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1; \text{ бу ерда } a_1 = 5, b_1 = 4, c_1 = \\ = \sqrt{25 - 16} = 3, e_1 = \frac{3}{5}. 9x^2 + 25y^2 = 225 \Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow a_2 = \\ = 5, b_2 = 3, c_2 = \sqrt{25 - 9} = 4;$$

$e_2 = \frac{4}{5}$ .  $e_2 > e_1 \Rightarrow$  биричи эллипс иккинчисига нисбатан ўзининг



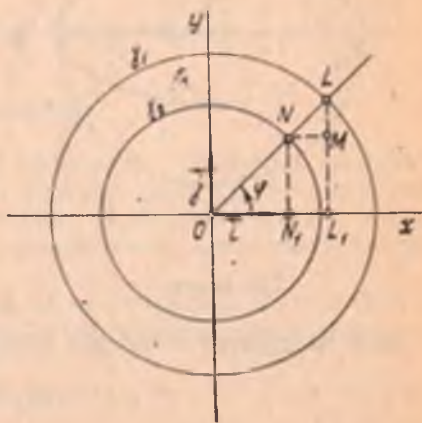
катта ўқига сиқилган, яъни чўзиқроқ.

4. Эллипснинг фокал радиуслари. (7) эллипсдаги ихтиёрый  $M(x, y)$  нуқтанинг фокал радиуслари (12) формулалар орқали ифодаланар эди.

$\frac{c}{a} = e$  эканини эътиборга олсак, бу формулалар қуйидаги куришни олади:

$$r_1 = a - ex; r_2 = a + ex. \quad (17)$$

5. Эллипсни ясаш, параметрик тенгламалар. Каноник тенгламаси билан берилган эллипсни ясашни кўрсатай-



133- чизма

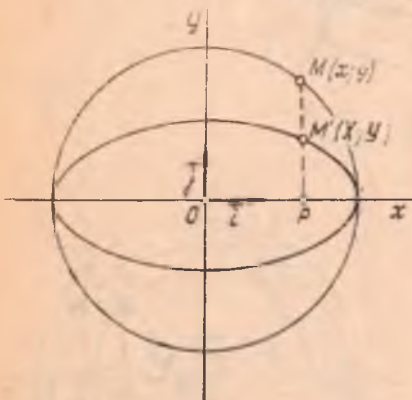
лик. Марказлари координаталар бошида ва  $a > b$  радиусли иккита  $\gamma_1, \gamma_2$  айлана чизамиз (133-чизма). Координаталар бошидан ихтиёрй нур чиқарайлик, унинг абсциссалар ўқига оғиш бурчаги  $\varphi$  бўлиб,  $\gamma_1, \gamma_2$  айланалар билан кесишган нуқталари  $L, N$  бўлсин.

$L, N$  нуқталардан  $Oy$  ўққа параллел  $l, m$  тўғри чизиқларни ўтказамиз.  $l \cap Ox = L_1, m \cap Ox = N_1$  бўлсин.  $N$  нуқтадан  $Ox$  ўққа параллел тўғри чизиқ ўтказамиз, унинг  $\forall$  тўғри чизиқ билан кесишган  $M$  нуқтаси эллипснинг нуқтаси бўлади. Ҳақиқатан,  $M$  нуқтанинг координаталарини  $x, y$  десак, ушбу муносабатни ҳосил қиламиз:

$$x = a \cos \varphi, y = b \sin \varphi \text{ ёки } \frac{x}{a} = \cos \varphi, \frac{y}{b} = \sin \varphi,$$

бу тенгликларнинг ҳар иккала томонини квадратга оширамиз ва ҳадлаб қўшсак,  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow M$  нуқта эллипснинг нуқтасидир.  $O$  дан чиқарилган ҳар бир нур эллипсдаги нуқтани беради.  $\varphi = 0$ ,  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ,  $\varphi = \pi$ ,  $\varphi = \frac{3}{2}\pi$  қийматларга эллипснинг учлари мос келади.  $\varphi$  нинг  $0 < \varphi < \pi$  ораликдаги қийматларида эллипснинг  $Ox$  ўқ билан чегараланган юқори ярим текисликдаги нуқталари,  $\varphi$  нинг  $\pi < \varphi < 2\pi$  қийматларида эса қуйи ярим текисликдаги нуқталари ҳосил бўлади. Фақат эллипс устида ётган  $M(x, y)$  нуқталарнинг координаталаригина

$$\begin{cases} x = a \cos \varphi, \\ y = b \sin \varphi \end{cases} \quad 0 \leq \varphi < 2\pi \quad (A)$$



134-чизма

тенгламалар системасини қаноатлантиргани учун бу система эллипсни аниқлайди. (A) тенгламалар эллипснинг *параметрик тенгламалари* дейилади. Бу тенгламалар эллипсни юқорида кўрсатилган усулда яшаш учун асос вазифасини бажаради.

6. Эллипс — айлананинг аффин образи. Теорема. Ҳар қандай эллипсни бирор айлананинг диаметрига қисми алмаштиришдаги образи деб қараш мумкин.

Исбот. Текисликдаги бирор  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  декарт реперига нисбати маркази координаталар бошида ва радиуси  $a$  бўлган бирор айланани қараймиз (134-чизма):

$$x^2 + y^2 = a^2 \text{ ёки } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1. \quad (18)$$

Текисликни  $k = \frac{b}{a}$  коэффициент билан  $Ox$  ўққа қисми алмаштириш.

ни бажарайлик (45-§). Натижада текисликнинг ҳар бир  $M(x, y)$  нуқтаси шундай  $M'(X, Y)$  нуқтага ўтадики, улар учун

$$\overrightarrow{PM'} = k \overrightarrow{PM} \quad (19)$$

булади, бунда  $MM'$  тўғри чизиқ  $Ox$  ўққа перпендикуляр ва  $P = MM' \cap Ox$ ,  $M$ ,  $M'$ ,  $P$  нуқталар бир хил абсциссага эга ва  $P \in Ox$  бўлгани учун (19) муносабат координаталарда ушбу кўринишда бўлади:

$$(X - x) \vec{i} + (Y - y) \vec{j} = k [(x - x) \vec{i} + (y - y) \vec{j}]$$

ёки

$$\begin{cases} x = X \\ y = \frac{1}{k} Y \end{cases} \quad (*)$$

Текисликни  $k = \frac{b}{a}$  коэффициент билан  $Ox$  ўққа қисишда (18) айланага мос келган чизиқнинг тенгламасини топиш учун (\*) дан  $x$ ,  $y$  нинг қийматларини (18) га қўямиз:

$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{k^2 a^2} = 1 \quad \text{ёки} \quad \frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1.$$

Бу тенглама ярим ўқлари  $a$ ,  $b$  бўлган эллипсни ифодалайди. → айланани диаметрига қисиш алмаштиришида айлана эллипсга алмашинади.

Тўғри чизиққа қисиш аффин алмаштириш бўлгани учун ҳар қандай эллипсни бирер айлананинг аффин образи деб қараш мумкин. ▲

Мисол.  $x^2 + y^2 = 16$  айланани  $Ox$  ўққа қисиш натижасида  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$  эллипс ҳосил бўлган. Қисиш коэффициентини топинг.

Ечиш. Эллипс тенгламасидан:  $a = 4$ ,  $b = 3$ ,  $k = \frac{b}{a} = \frac{3}{4}$ .

## 49- §. Гипербола

1. Таърифи, каноник тенгламаси. Текисликда ҳар бир нуқтасидан *фокуслар* деб аталувчи берилган икки  $F_1$ ,  $F_2$  нуқтагача бўлган масофалар айирмасининг абсолют қиймати берилган кесма узунлигига тенг бўлган барча нуқталар туплами *гипербола* деб аталади.

Гипербола таърифидаги берилган кесма узунлигини  $2a$  ( $a > 0$ ) билан, фокуслари орасидаги масофани  $2c$  ( $c > 0$ ) билан белгилаймиз.

Албатта

$$2a < 2c. \quad (*)^1$$

<sup>1</sup> Учбурчак қоидасига кўра икки томон айирмаси учинчи томондан кичик. Биз  $a = 0$  ва  $a = c$  дан иборат «айниган» ҳолларни қарамаймиз.